

2014~2015 学年第一学期期中考试试卷

《高等数学 3A》 (共 3 页)

(考试时间: 2014 年 11 月 7 日)

题号	一	二	三	四	五	六	成绩	核分人签字
得分								

一、填空题 (本题满分 9 分, 每小题 3 分)

1. 函数 $f(x) = \arcsin(x - 2) + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$ 的定义域为 _____
2. 设 $y = \frac{\tan x}{x}$, 则 $dy =$ _____
3. 函数 $f(x) = \ln(1 - x)$ 在区间 $[-1, 0]$ 上满足拉格朗日中值定理的 $\xi =$ _____

二、单项选择题 (本题满分 9 分, 每小题 3 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x} = (\quad)$
- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) ∞
2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(1) - f(1 - 3x)} = 1$, 则 $f'(1) = (\quad)$
- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) -3 (D) 3
3. 设 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则下列各式中 不正确 的是 (\quad)
- (A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x_0 + \Delta x) = f(x_0)$ (B) $f'_+(x_0) = f'_-(x_0)$
- (C) $dy|_{x=x_0} = f'(x_0)dx$ (D) $(f(f(x)))'|_{x=x_0} = f'(f(x))|_{x=x_0}$

三、解下列各题 (本题满分 28 分, 每小题 7 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2}{x-1} \right)$
2. 设 $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ 求 y' y''
3. 设 $y = y(x)$ 由方程 $xy^2 + e^{x+y} = 1$ 所确定的隐函数, 求 y' 及 $dy|_{x=0}$
4. 设 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = 1 - \cos t \\ y = t - \sin t \end{cases}$ 所确定的函数, 求 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2}$

四、解下列各题 (本题满分 35 分, 每小题 7 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x \ln(1 - 2x)}$

4. 设 $f(x) = \arcsin \sqrt{x} + e^{x^2}$ 求 $f'(x)$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & x < 0 \\ \left(1 + \frac{2}{x+1}\right)^{x+1} & x \geq 0 \end{cases}$, 讨论 $x = 0$ 处的连续性, 若不连续判断其间断点类型并求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

5. 求 $y = x^3$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程与法线方程

3. $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$, 求 y'

五、解下列各题 (本题满分 14 分, 每小题 7 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

2. 某产品的经济函数为 $L = L(Q) = 600Q - Q^3$, 求边际利润及产量为 200 时的边际利润并解释其经济含义

六、证明题 (本题满分 5 分)

设 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 可导, 且 $g(x) \neq 0$, $f(a)g(b) = f(b)g(a)$
证明在 (a, b) 至少存在一点 ξ , 使 $f'(\xi)g(\xi) = f(\xi)g'(\xi)$