系别______ 专业______________ _____ 班 年级________ 学号________________ 姓名_____________

2013~2014 学年第一学期期中考试试卷

《高等数学 1A》（共 3 页）

（考试时间: 2013 年 11 月 8 日）

题号	一	二	三	四	五	六	成绩	核分人签字
得分								

一、填空题 (本题满分 9 分, 每小题 3 分)

1. 已知 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\ge 0 \\ \dfrac{1}{x}, & x<0 \end{cases}$, 则 $f(x+1)=$ ___________

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{k}{x}\right)^{-2x}\ (k\ne 0)=$ ___________

3. 函数 $f(x)=x^3-3x+1$ 在区间 $[0,2]$ 上的最小值 ___________

二、单项选择题 (本题满分 9 分, 每小题 3 分)

1. 当 $x\to\infty$ 时, 下列函数中极限存在的是 ( )

(A) $\sin x$　(B) $e^{-\frac{1}{x}}$　(C) $\dfrac{x+1}{x^2-1}$　(D) $\ln|x|$

2. 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处有增量 $\Delta x=0.3$, 对应函数增量的线性主要部分等于 0.9 , 则 $f'(x_0)=$( )

(A) 3　(B) 0.3　(C) 2.7　(D) $\dfrac{1}{3}$

3. 下列函数在给定的区间上满足拉格朗日中值定理的是 ( )

(A) $f(x)=|x-1|,\ [0,2]$　(B) $f(x)=\sqrt[3]{x},\ [-1,1]$

(C) $f(x)=x+|x|,\ [-1,2]$　(D) $f(x)=\ln(x-2),\ [3,6]$

三、解下列各题 (本题满分 28 分, 每小题 7 分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$

2. 设 $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$, 求 $y'\ y''$

3. 设 $y=\dfrac{1}{x^2-4x+3}$, 求 $y^{(n)}$

4. 方程 $2^{xy}=x+y$ 确定了函数求 $y=y(x)$, 求 y' 及 $\mathrm{d}y\big|_{x=0}$

四、解下列各题 (本题满分 35 分, 每小题 7 分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x}{x^2\sin x}$

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x}} & x>0\\ 0, & x=0\\ x\sin\dfrac{1}{x} & x<0\end{cases}$, 判断 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性,

   并求 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

3. 参数方程 $\begin{cases}x=\arctan t\\ y=\ln t\end{cases}$ 确定了函数 $y=y(x)$, 求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 及 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$

4. 讨论函数 $f(x)=3x^2-x^3$ 的单调性和凹凸性, 并求极值点和拐点

5. 求曲线 $y=\dfrac{\cos 2x}{x}$ 的水平渐近线和铅直渐近线

系别______ 专业______________ _____ 班 年级________ 学号________________ 姓名_____________

五、解下列各题 (本题满分 14 分, 每小题 7 分)

1. 设有一根长为 l 的铁丝, 将其分为两段, 分别构成圆形和正方形, 若圆形的面积为 S_1, 正方形的面积为 S_2, 求当正方形的边长为多少时 S_1+S_2 取得最小值.

2. 证明: 当 $x>0$ 时, $\ln(1+x)<x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$

六、证明题 (本题满分 5 分)

已知 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 内二阶可导, 且 $f(0)=f(1)=0$, $F(x)=(x-1)f(x)$
证明: 至少存在一个 $\xi\in(0,1)$, 使得 $F''(\xi)=0$