

2016~2017 学年第二学期期末考试试卷

《高等数学 1B1》（共 3 页 A 卷）

(考试时间: 2017 年 6 月 28 日)

| | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|----|-----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 成绩 | 核分人 |
| 得分 | | | | | | | | |
| 评分人签字 | | | | | | | | |

一、填空题 (共 9 分, 每小题 3 分) 请将正确答案填在题中的横线上.

1. $z = \ln(x + y^2)$, 则 $dz =$ _____.
2. 已知曲线 $L: y = x^2$ 从 $(1, 1)$ 到 $(-3, 9)$, 计算第二类曲线积分 $\int_L x \, dx + y \, dy =$ _____.
3. 函数 $u = x^2y + yz^2$ 在点 $M_0(2, -1, 1)$ 处的梯度 $\text{grad } u \Big|_{M_0} =$ _____.

二、单项选择题 (共 9 分, 每小题 3 分) 请将正确答案的代号填在题中的括号内.

1. 二元函数 $z = f(x \cos y)$ 具有一阶连续偏导数, 其对 x 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ()
(A) $\sin y \, f;$ (B) $\cos y \, f;$ (C) $\sin y \, f';$ (D) $\cos y \, f'.$
2. 下列级数收敛是 ()
(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1};$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n;$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^{n-1}};$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}.$
3. 设 $I_1 = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, d\sigma, I_2 = \iint_D (x^2 + y^2) \, d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则 ()
(A) $I_2 < I_1 < \pi;$ (B) $I_1 < \pi < I_2;$
(C) $I_1 < I_2 < \pi;$ (D) $I_2 < I_1 < \pi.$

三、解下列各题 (本题满分 24 分, 每小题 6 分)

1. 设 $z = f(x, y)$ 由方程 $x^3y^3 + 3z - \ln z = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}.$
2. 求曲面 $x^3 - 3y^2 - 3z = 1$ 在 $P_0(1, 1, -1)$ 处的切平面方程与法线方程.
3. 已知平面 π 过点 $M_1(2, 0, 0), M_2(2, 1, 2), M_3(1, 3, 2)$, 求平面 π 的方程.
4. 求二元函数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 2$ 的极值.

四、解下列各题 (本题满分 35 分, 每小题 7 分)

1. 计算二重积分 $\iint_D 3x \, dx \, dy$, 其中 D 是由 $y = \frac{1}{x}, y = x, x = 3$ 所围成的有界闭区域

2. 计算第一类曲线积分 $\int_L x \, ds$, 其中曲线 $L : y = x^2 \, (0 \leq x \leq \sqrt{2})$.

3. 计算第一类曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) \, dS$, 其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被平面 $z = 0$ 和 $z = 2$ 截得的有限部分.

4. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} 2z \, dv$, 其中 Ω 是抛物面 $z = x^2 + y^2$ 与球面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 所围成的空间.

5. 计算第二类曲面积分 $\oiint_{\Sigma} xz \, dy \, dz + y \, dz \, dx + z \, dx \, dy$, 其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 的外侧.

五、解下列各题 (本题满分 18 分, 每小题 6 分)

1. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln \left(1 + \frac{3}{n}\right)$ 的敛散性, 若收敛指出是绝对收敛还是条件收敛.

3. 将 $f(x) = \frac{1}{4-x}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并写出其收敛域.

2. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x}{4}\right)^n$ 的收敛域及和函数.

六、计算题 (本题 5 分)

计算第二类曲线积分 $\oint_L \frac{x \, dy - y \, dx}{x^2 + y^2}$, 其中 L 为不过原点的任意一条闭合曲线.