

2016 学年佛山市普通高中数学青年教师基本功解题能力展示试题

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 1 < 2x < 4\}$, $B = \{x | x - 1 \geq C_{RB}\} =$
 z_1, z_2 在复平面对应点的坐标分别为 $(1, -2), (2, -1)$, $z = \frac{z_1}{z_2}$, $z + 1 =$



$z = y - ax > 0$, 若 $S_6 - 2S_3 = 5$, 则 $S_9 - S_6$ 的最小值为

A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

6. “ $\forall x \geq 0$, 有 $a \leq b + x$ ” 是 “ $a < b > e^3 > \pi^3$ ” B. $\pi^3 > e^\pi > 3^e$
 C. $3^\pi > 3^e > e^\pi$ D. $\pi^e > 3^\pi > e^3$

已知 $0b > 0$ 的焦距为 $2c$, 若椭圆 $\Gamma_2: \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1$ 的离心率 e 与 Γ_1 相同, 则 $e =$

A. $\sqrt{2} - 1$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 一个三棱锥的侧视图和俯视图如右图, 则该三棱锥的正视图可能是

12. 已知 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$, $f(\frac{\pi}{6}) = f(\frac{\pi}{3})$, 且 $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$ 内有最小值, 无最大值, 则下列结论中正确的是

A. $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{14}$ 对称 B. $y = f(x)$ 的图像关于直线 $(\frac{\pi}{14}, 0)$ 对称

C. $y = f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位后为偶函数 D. $y = f(x)$ 的一个递减区间为 $(\frac{\pi}{28}, \frac{\pi}{4})$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分.

13. 如果函数 $f(x) = (x^2 + 1)\tan x + a$ 的图像过点 $(\pi, 1)$, 且 $f(b) = 3$, 则 $f(-b) =$ _____.

14. 空间四点 A, B, C, D 满足 $|\overrightarrow{AB}| = 2, |\overrightarrow{BC}| = 3, |\overrightarrow{CD}| = 4, |\overrightarrow{DA}| = 7$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值为_____.

为_____.

15. 如图, 点 A, B 分别在 x 轴与 y 轴的正半轴上移动, 且 $|AB| = 2$, 若点 A 从 $(\sqrt{3}, 0)$ 移动到 $(\sqrt{2}, 0)$, 则 AB 中点 D 经过的路程为_____.

16. 函数 $F(x) = |\cos^2 x + 2\sin x \cos x - \sin^2 x + Ax + B|$ 在 $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 上的最大值 M 与参数 A, B 有关, 则当 $A =$ _____, $B =$ _____时, M 最小, 且 M 最小值为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分.

17. (本小题满分 10 分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , 且 $ac = 2b^2$.

(I) 求证: $\cos B \geq \frac{3}{4}$

(II) 若 $\cos(A - C) + \cos B = 1$, 求角 B 的大小.

18. (本小题满分 10 分)

某地区共有 100 万人, 现从中随机抽查 800 人, 发现有 700 人不吸烟, 100 人吸烟. 这 100 位吸烟者年均烟草消费支出情况的频率分布直方图如图. 将频率视为概率, 回答下列问题:

() 在该地区随机抽取 3 个人, 求其中至少 1 人吸烟的概率;

() 据统计, 烟草消费税大约为烟草消费支出的 40%, 该地区为居民支付因吸烟导致的疾病治疗等各种费用年均约为 18800 万元. 问: 当地烟草消费税是否足以支付当地居民因吸烟导致的疾病治疗等各种费用? 说明理由.

19. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在 $\triangle PBC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, $PC = 4, BC = 3, PD : DC = 5 : 3, AD \perp PB$, 将 $\triangle PAD$ 沿 AD 边折起到 SAD 位置, 如图 2, 且使 $AB = \sqrt{13}$.

(I) 求证: 平面 $SA \perp$ 平面 $ABCD$;

(II) 求平面 SAB 与平面 SCD 所成二面角的平面角的余弦值.

20. (本小题满分 12 分)

数列 a_n 的前项和为 S_n , 已知 $a_1 = \frac{1}{2}, S_n = n^2(a_n - 1) + n(n \in N^*)$.

(I) 求数列 a_n 的通项;

(II) 设 $b_n = \frac{1}{S_n S_{n+1}}$, 数列 b_n 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < \frac{5}{2} (n \in \mathbb{N}^*)$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^{x-t} - \ln x$.

(I) 若 $x = 1$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 t 的值, 并讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 当 $t \leq 2$, 证明: $f(x) > 0$.

22. (本小题满分 12 分)

请老师们研究下列一组考题, 并

(I) 探究题组具有的共性特征, 并给出其一般性结论. (3 分)

(II) 选择其中一个题进行解答. (9 分)

题 1. (2008. 安徽理 22) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $M(\sqrt{2}, 1)$, 且左焦点为 $F_1(-\sqrt{2}, 0)$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 当过点 $P(4, 1)$ 的动直线 l 与椭圆 C 相交于两不同点 A, B 时, 在线段 AB 上取点 Q , 满足 $|\overrightarrow{AP}| \cdot |\overrightarrow{QB}| = |\overrightarrow{AQ}| \cdot |\overrightarrow{PB}|$, 证明: 点 Q 总在某定直线上.

题 2. (2009. 佛山二模 19) 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上、下焦点, 其中 F_1 也是抛物线 $C_2: x^2 = 4y$ 的焦点, 点 M 是 C_1 与 C_2 在第二象限的交点, 且 $|MF_1| = \frac{5}{3}$.

(I) 求椭圆 C_1 的方程;

(II) 已知点 $P(1, 3)$ 和圆 $O: x^2 + y^2 = b^2$, 过点 P 的动直线 l 与圆 O 相交于不同的两点 A, B , 在线段 AB 上取一点 Q , 满足: $\overrightarrow{AP} = -\lambda \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{AQ} = -\lambda \overrightarrow{QB} (\lambda \neq 0 \text{ 且 } \lambda \neq \pm 1)$.

求证: 点 Q 总在某定直线上.

题 3. (2014 年广州一模) 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 0)$ 的中心为原点 O , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$, 点 P 是直线 $x = \frac{a^2}{3}$ 上任意一点, 点 Q 在双曲线 E 上, 且满足 $\overrightarrow{PF_2} \cdot \overrightarrow{QF_2} = 0$.

(I) 证明: 直线 PQ 与直线 OQ 的斜率之积是定值;

(II) 若点 P 的纵坐标为 1, 过点 P 作动直线 l 与双曲线右支交于不同两点 M, N , 在线段 MN 上取异于点 M, N 的点 H , 满足 $\frac{|PM|}{|PN|} = \frac{|MH|}{|HN|}$, 证明点 H 恒在一条定直线上.